

**Рубежный контроль по общеразвивающей образовательной программе по направлению «Математика: Олимпиадный уровень» 6 -7 класс, 2023 год**

**Задания**

1. Найти сумму всех трёхзначных чисел, произведение цифр которых равно 3.
2. На уроке математики учитель написал на доске 6 различных цифр. Мальчик Сережа выбрал три цифры и составил из них самое большое число, которое можно было составить из этих трех цифр. Мальчик Костя из оставшихся трех цифр составил наименьшее число, которое можно было составить из этих трех цифр. Сумма чисел, которые составили мальчики, оказалась равна 499. Какое число составил Костя?
3. Натуральные числа  $m$ ,  $n$ ,  $p$  таковы, что  $mp$  делится на  $2p$ ,  $np$  делится на  $3m$  и  $pm$  делится на  $5n$ . Какое наименьшее значение может иметь произведение  $mnp$ ?
4. На доске написано число. Каждую секунду происходит следующее: сначала последнюю цифру числа на доске стирают, затем к оставшемуся числу прибавляют удвоенную стертую цифру и полученную сумму записывают на доску, полностью стирая старое число. Если остаётся одна цифра, то ее просто удваивают и записывают на доске. Например, если на доске в какой-то момент появилось число 123, то после него на доске появится число  $12+2\cdot 3=18$ ; а если было число 20, то вместо него на доске появится число  $2+2\cdot 0=2$ , а если число 7, то записывают 14. Какое число будет на доске через час, если сначала записать на доску число 2019?
5. Пете подарили набор из 6 гирек, на которых были написаны массы 1г, 2г, 3г, 4г, 5г, 6г; все массы встречались ровно 1 раз. Оказалось, что веса 5 гирек из набора соответствуют надписям на них, а одна гирька оказалась бракованной — ее вес меньше указанного. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без стрелок можно гарантировано найти бракованную гирьку?
6. Высота  $АН$  и биссектриса  $СК$  треугольника  $ABC$  разбивают его на четыре части, две из которых равнобедренные треугольники. Чему равно отношение  $AC/BC$ ?
7. В Ростове-на-Дону начала работать математическая школа. За второй год количество учащихся возросло на  $p$  школьников, а за третий год возросло на 525 школьников. При этом за второй год количество учащихся увеличилось на 525%, а за третий год на  $p\%$ . Сколько школьников стало заниматься математикой?
8. В окружности с центром  $O$  проведены две взаимно перпендикулярные хорды  $MN$  и  $KP$ . Найдите  $MK$ , если  $NP=8$ ,  $OM=5$ .
9. Докажите, что при любых  $x$ ,  $y$ ,  $z$  выполнено неравенство:  
$$x^4 + y^4 + z^4 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1).$$

- 10.** Костя в 1701 клетку таблицы  $42 \times 42$  поставил по одному крестику, а в остальные — по одному нолику. Сможет ли Костя убрать из таблицы все нолики, вычеркнув 21 строку и 21 столбец?
- 11.** В чайную зашли 16 незнакомцев. Чаепитие проходит так: двое садятся вместе за стол и, пока пьют чай, знакомятся друг с другом. Если двое уже познакомились, то вместе они больше не пьют чай. Какое наименьшее количество чаепитий должно пройти, чтобы в каждой тройке нашлись двое знакомых друг с другом?
- 12.** В треугольнике  $ABC$  со сторонами  $AB = 4$ ,  $AC = 6$  проведена биссектриса угла  $A$ . На эту биссектрису опущен перпендикуляр  $BH$ . Найдите  $MH$ , где  $M$  - середина  $BC$ .